Abbott

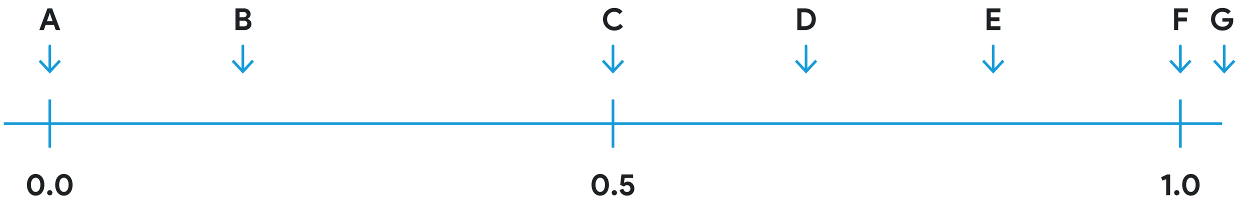
Pontificia Universidad JAVERIANA Bogotá

Fundamentos de investigación para la evaluación de tecnologías sanitarias

Guía de ejercicios de probabilidad

Fundamentos de investigación para la evaluación de tecnologías sanitarias – Guía de ejercicios de probabilidad

1. El siguiente gráfico muestra en una línea la probabilidad de ocurrencia de siete eventos: A, B, C, D, E, F, G



a.¿Cuál evento tiene completa certeza de ocurrir?

El evento F tiene una probabilidad de 1. Por tal motivo, tiene completa certeza de ocurrir.

b. ¿Cuál evento es menos probable de ocurrir, pero no es imposible?

El evento A es el evento menos probable, pero dado que su probabilidad es igual acero, es un evento imposible. Por tal motivo, el evento B es el menos probable, pero no es imposible.

c. ¿Cuál evento presenta un error en su probabilidad?

El evento G tiene un error en su probabilidad ya que según la gráfica, la probabilidad de ocurrencia es mayor que 1, lo cual es erróneo pues las probabilidades solo toman valores entre 0 y 1.

d. ¿Cuáles eventos son más probables de ocurrir que el evento D?

Los eventos E y F tiene probabilidades de ocurrencia mayores que D.

2. Suponga que un hombre de 60 años que nunca ha fumado cigarrillos se presenta al médico con síntomas de tos crónica y disnea ocasional. El médico se preocupa y ordena que el paciente sea ingresado en el hospital para una biopsia pulmonar. Suponga que los resultados de la biopsia pulmonar son consistentes ya sea con cáncer de pulmón o con sarcoidosis, una enfermedad pulmonar bastante común, generalmente no fatal.

Según estudios previos se sabe que, el 90 % de los sujetos con cáncer de pulmón presenta este tipo de síntomas P(síntomas | cáncer de pulmón), en los sujetos con sarcoidosis también el 90 % presenta estos síntomas P(síntomas | sarcoidosis), mientras que en los sujetos que no tienen ninguna de esas enfermedades, el 0.1 % los presenta P(síntomas | normal).

Basándose en esta información, ¿Cuál es la probabilidad de obtener cada uno de estos resultados (normal, cáncer de pulmón y sarcoidosis) en sujetos de 60 años que nunca han fumado pero presentan síntomas de tos crónica y disnea ocasional?

Según el enunciado tenemos que:

P(síntomas | cáncer de pulmón)=0.9

P(síntomas | sarcoidosis)=0.9

P(síntomas | normal)=0.001

P(cáncer de pulmón)=0.001

P(sarcoidosis)=0.009

P(normal)=0.99

Y se pregunta:

P(cáncer de pulmón | síntomas)

P(sarcoidosis | síntomas)

P(normal | síntomas)

Entonces:

Primero, calculemos la probabilidad de síntomas

P(síntomas) = 0.9 * 0.001 + 0.9 * 0.009 + 0.001 * 0.99 = 0.00999

Ahora

P(cáncer de pulmón | síntomas) = (0.9 * 0.001)/0.00999 =0.09

P(sarcoidosis | síntomas) = (0.9 * 0.009)/0.00999 =0.81

P(normal | síntomas) = (0.001 * 0.99)/0.00999 =0.10

Entonces, lo más probable es que este hombre de 60 años que nunca ha fumado cigarrillos y presenta síntomas de tos crónica y disnea ocasional tenga una biopsia consistente con sarcoidosis.

3. Ahora suponga que el paciente anterior ha fumado dos paquetes de cigarrillos al día por 40 años. En ese tipo de paciente se sabe que, la prevalencia de cáncer de pulmón es del 1.5 %, mientras que la prevalencia de sarcoidosis es del 0.5 %, Por lo tanto, el 98 % de estos sujetos no tiene ninguna de las dos condiciones (son normales).

   Basándose en esta información, ¿Cuál es la probabilidad de obtener cada uno de estos resultados (normal, cáncer de pulmón y sarcoidosis) en sujetos de 60 años que han fumado dos paquetes de cigarrillos al día por 40 años y presentan síntomas de tos crónica y disnea ocasional?

Según el enunciado tenemos que:

P(síntomas | cáncer de pulmón)=0.9 (no cambia)
P(síntomas | sarcoidosis)=0.9 (no cambia)
P(síntomas | normal)=0.001 (no cambia)
P(cáncer de pulmón)=0.015
P(sarcoidosis)=0.005
P(normal)=0.98

Y se pregunta:

P(cáncer de pulmón | síntomas)
P(sarcoidosis | síntomas)
P(normal | síntomas)

Entonces:

Primero, calculemos la probabilidad de síntomas
P(síntomas) = 0.9 * 0.015 + 0.9 * 0.005 + 0.001 * 0.98 = 0.01898

Ahora

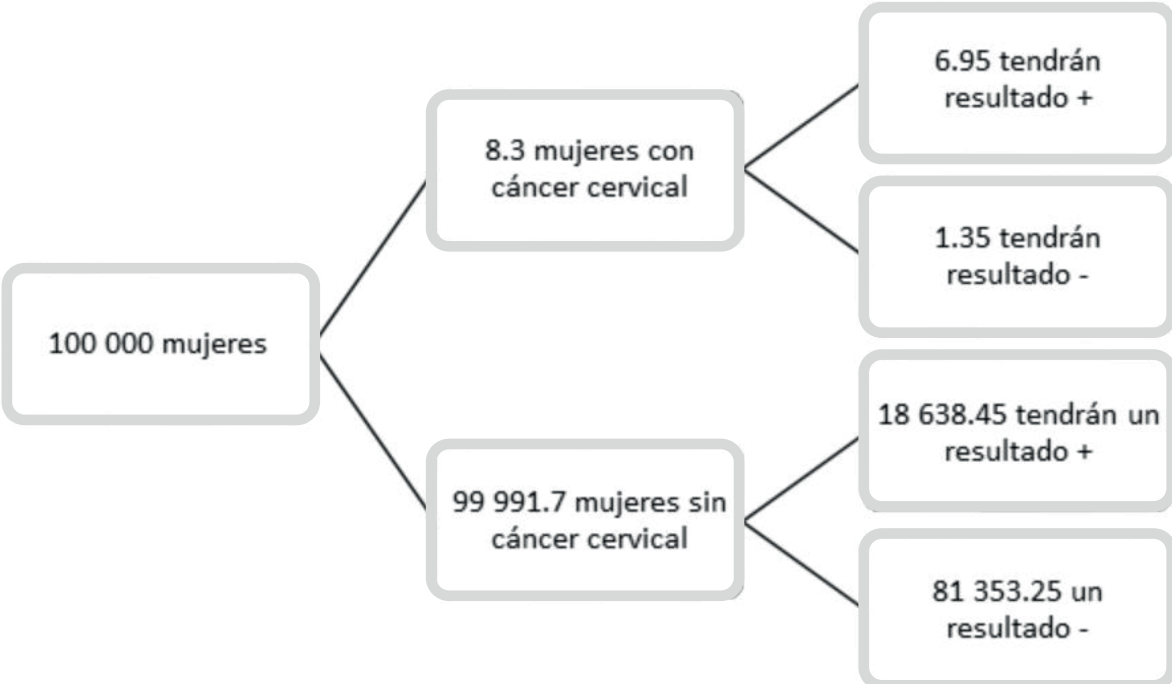
P(cáncer de pulmón | síntomas) = (0.9 * 0.015)/0.01898 =0.71
P(sarcoidosis | síntomas) = (0.9 * 0.005)/0.01898 =0.24
P(normal | síntomas) = (0.001 * 0.98)/0.01898 =0.05

Entonces, lo más probable es que este hombre de 60 años que ha fumado dos paquetes de cigarrillos al día por 40 años y presenta síntomas de tos crónica y disnea ocasional tenga una biopsia consistente con cáncer de pulmón.

4. El cáncer de cuello uterino es una enfermedad cuya probabilidad de contención es alta dado que se detecta a tiempo. La prueba de Papanicolaou es un procedimiento de detección ampliamente aceptado que puede detectar un cáncer que aún es asintomático; se le ha atribuido ser el principal responsable de la disminución de la tasa de mortalidad por cáncer de cuello uterino en los últimos años. Una estudio evaluó la capacidad diagnóstica de los técnicos que examinaban las láminas de frotis de Papanicolaou en busca de anomalías. Se evaluaron técnicos en 306 laboratorios. En general, el 16.25 % de las pruebas realizadas en mujeres con cáncer dieron resultados falsos negativos P(- | enfermos). También se reportó que, el 18.64 % de las pruebas fueron falsos positivos P(+ | sanos).

Tomando como base la información anterior, calcule:

a. La sensibilidad de la prueba
   Si la P(- | enfermos) = 0.1625, entonces
   P(+ | enfermos) = 1 – 0.1625 = 0.8375
b. La especificidad de la prueba
   Si la P(+ | sanos) = 0.1864, entonces
   P(- | sanos) = 1 – 0.1864 = 0.8136
c. Si la tasa de cáncer cervical en su población es de 8.3 por cada 100 000 y una mujer de esta población obtiene una prueba positiva ¿Cuál es la probabilidad de que esta mujer realmente tenga cáncer cervical?



Entonces, de las 100 000 mujeres, 6.95 + 18 638.45 tendrán un resultado positivo, es decir:
P(+) = 18 645.4 / 100 000 = 0.1865

P(cáncer cervical | +) = 6.95 / 18 645.4 = 0.00037 ~ 0.0004

Lo anterior quiere decir que por cada millón de pruebas positivas, solamente 373 casos serán realmente mujeres con cáncer cervical.

Las siguientes fórmulas pueden ser de utilidad

$$P\left(\bar{A}\right) = P(A') = 1 - P\left(A\right)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = P(B)P(A|B) = P(A)P(B|A)$$

[Ecuación]

$$\text{Sensibilidad} = P(+|\text{ enfermos})$$

$$\text{Especificidad} = P(-|\text{ sanos})$$

$$\text{VPP} = P(\text{enfermos } |+)$$

$$\text{VPN} = P(\text{sanos } |-)$$